

# Hacia una evaluación informativa de conceptos e intuiciones sobre fracciones

*David M. Gómez*

*Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE)*

*Universidad de Chile*



# Distintos tipos de aprendizaje

- Significativo vs. mecánico (*rote*)
  - Significativo: se apoya en conocimiento previo y en la experiencia
  - Mecánico: no tiene estos apoyos, típicamente arbitrario  
*Ausubel, 1968; Novak, 1988*
- Enfoques de aprendizaje: profundo vs. superficial
  - Profundo: Motivación intrínseca, foco en entender el significado, intento de establecer relaciones
  - Superficial: Motivación extrínseca, memorización de hechos aislados, reproducción mecánica  
*Biggs, 1987; Marton, 1983*

(Chin & Brown, 2000)



# Aprendizajes matemáticos típicamente superficiales

- Productos notables:  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- Factorización:  $120 = 8 \times 15 = 2^3 \times 3 \times 5$
- Suma de fracciones:  $\frac{3}{16} + \frac{5}{12} = \frac{3 \times 3 + 5 \times 4}{2^4 \times 3} = \frac{29}{48}$
- Muchos estudiantes no pueden
  - Explicar el por qué
  - Replicar el proceso una vez olvidado

# Fracciones

# Fracciones

- ¿Qué son? [...]

# Fracciones

- ¿Qué son? → NÚMEROS

# Fracciones

- Primer encuentro con números no naturales
- Muchas intuiciones numéricas fallan
  - Números "grandes" pueden formar fracciones "pequeñas"
    - P.ej.  $123/987$
    - La multiplicación puede achicar números
      - P.ej.  $1/2 \times 1/4 < 1/2$
- Conflicto entre las magnitudes de las componentes y aquella de la fracción

# Las fracciones

- Primer encuentro con números no naturales
- Muchas intuiciones numéricas fallan
  - Números "grandes" pueden formar fracciones "pequeñas"
    - P.ej.  $123/987$
  - La multiplicación puede achicar números
    - P.ej.  $1/2 \times 1/4 < 1/2$
- Conflicto entre las magnitudes de las componentes y aquella de la fracción

$$\frac{7}{8} + \frac{12}{13} = ?$$



# Comparación de fracciones

- [...]

# Comparación de fracciones

$$2/3 \text{ vs. } 2/7$$

$$5/8 \text{ vs. } 3/4$$

$$1/7 \text{ vs. } 3/5$$

$$6/5 \text{ vs. } 1/1$$

# Comparación de fracciones

$$\frac{2}{3} \text{ vs. } \frac{2}{7}$$

$$\frac{5}{8} \text{ vs. } \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{7} \text{ vs. } \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{5} \text{ vs. } \frac{1}{1}$$

*Una tarea matemática  
pero  
una multiplicidad de procesos cognitivos*

# Comparación de fracciones

- Variables típicamente consideradas relevantes en la investigación psicocognitiva
  - Presencia/ausencia de componentes comunes
    - $\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$        $\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$        $\frac{2}{7} < \frac{3}{5}$
  - Distancia entre fracciones
  - *Congruencia* de magnitud partes/todo

$4/9$  vs.  $7/9$

$2/3$  vs.  $2/7$

$$4/9 \rightarrow 7/9$$

$$2/3 \leftarrow 2/7$$

$$4/9 \rightarrow 7/9$$

$$2/7 \rightarrow 2/3$$

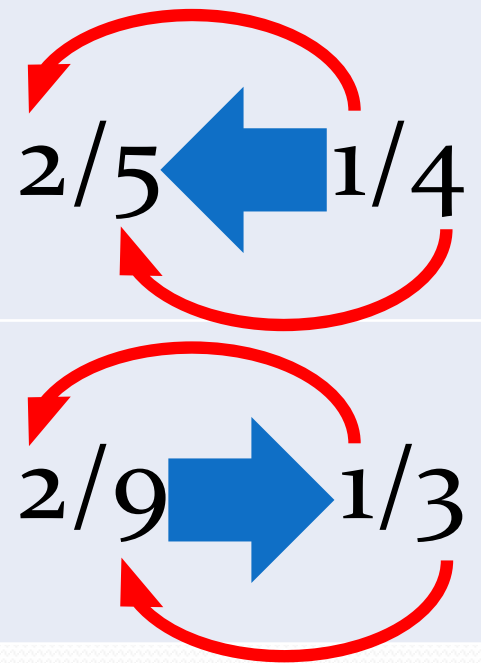
$4/9$  vs.  $7/9$

$2/3$  vs.  $2/7$



$2/5$  vs.  $1/4$

$2/9$  vs.  $1/3$



$2/5$  vs.  $1/4$

$2/9$  vs.  $1/3$

	Con componentes comunes	Sin componentes comunes
Congruente	$4/9$ vs. $7/9$	$2/5$ vs. $1/4$
Incongruente	$2/3$ vs. $2/7$	$2/9$ vs. $1/3$

# Un estudio con escolares

- Participantes de 5 colegios pertenecientes a una red
  - 5º básico ( $N = 165$ )
  - 6º básico ( $N = 181$ )
  - 7º básico ( $N = 156$ )
- Test de 24 ítemes
  - 6 ítemes por cada tipo
    - Con/sin componentes comunes
    - Congruente/Incongruente

¿Cuál de estas fracciones es la mayor?

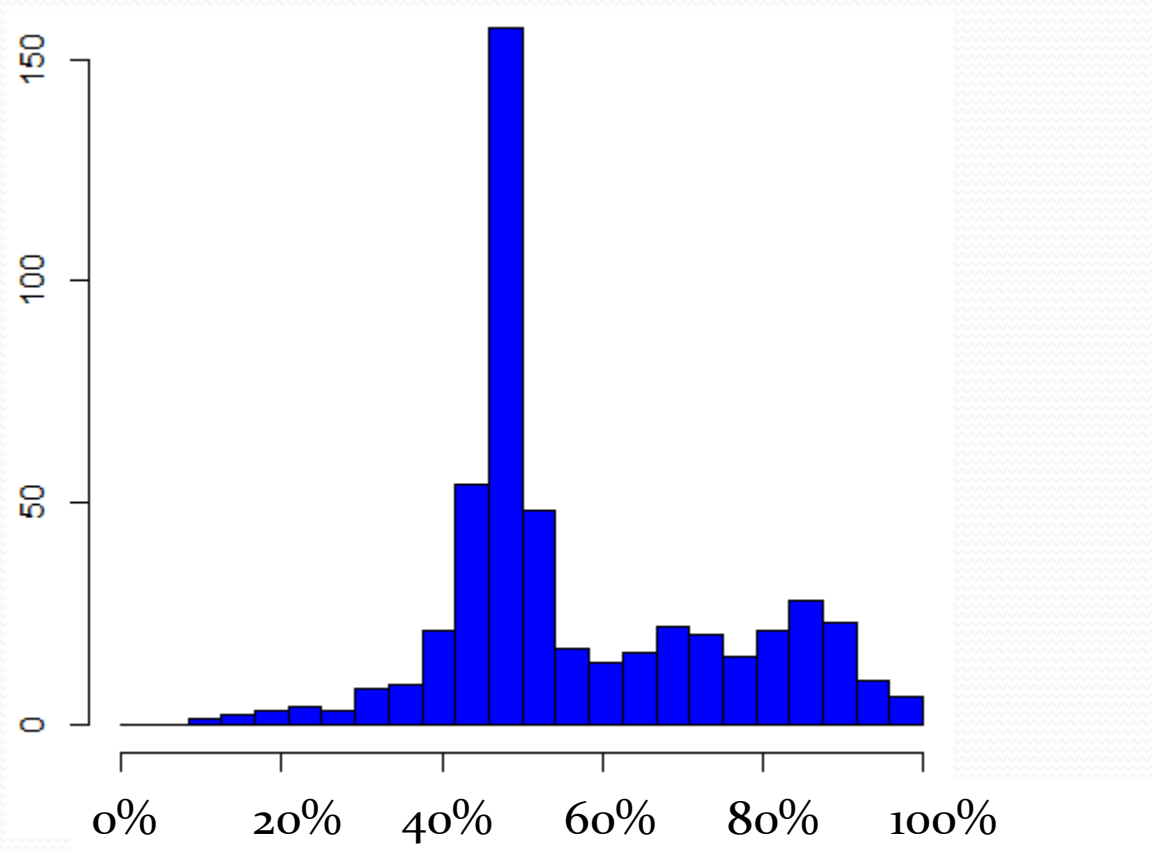
$$\frac{5}{7}$$

Q

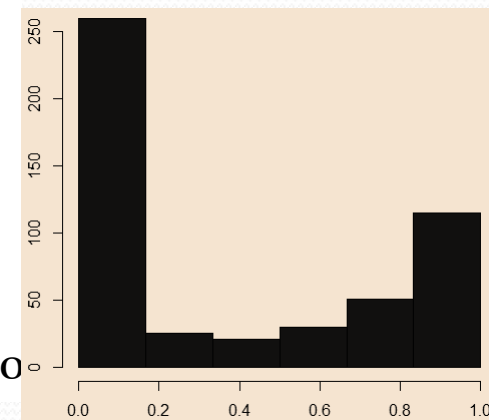
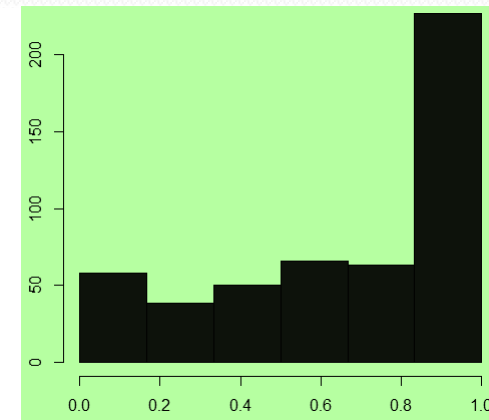
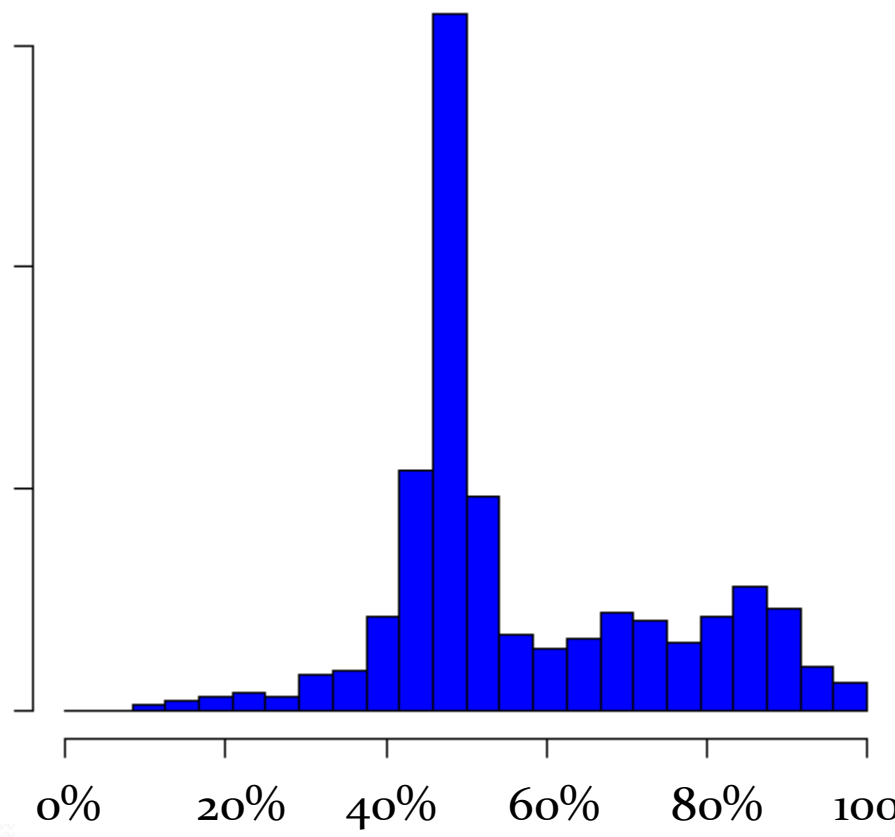
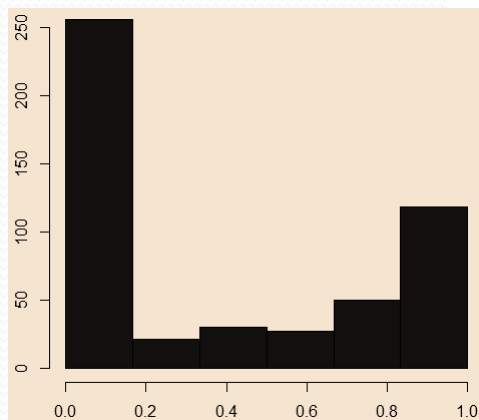
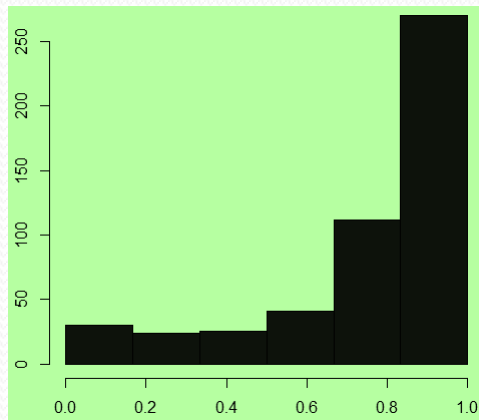
$$\frac{1}{3}$$

P

# Histograma de % de logro

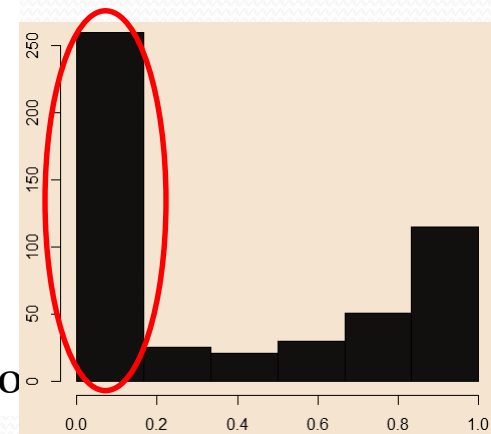
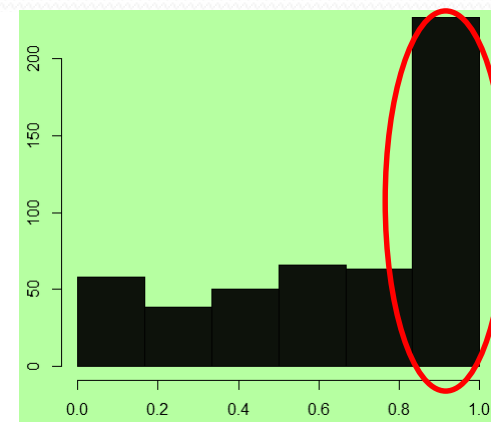
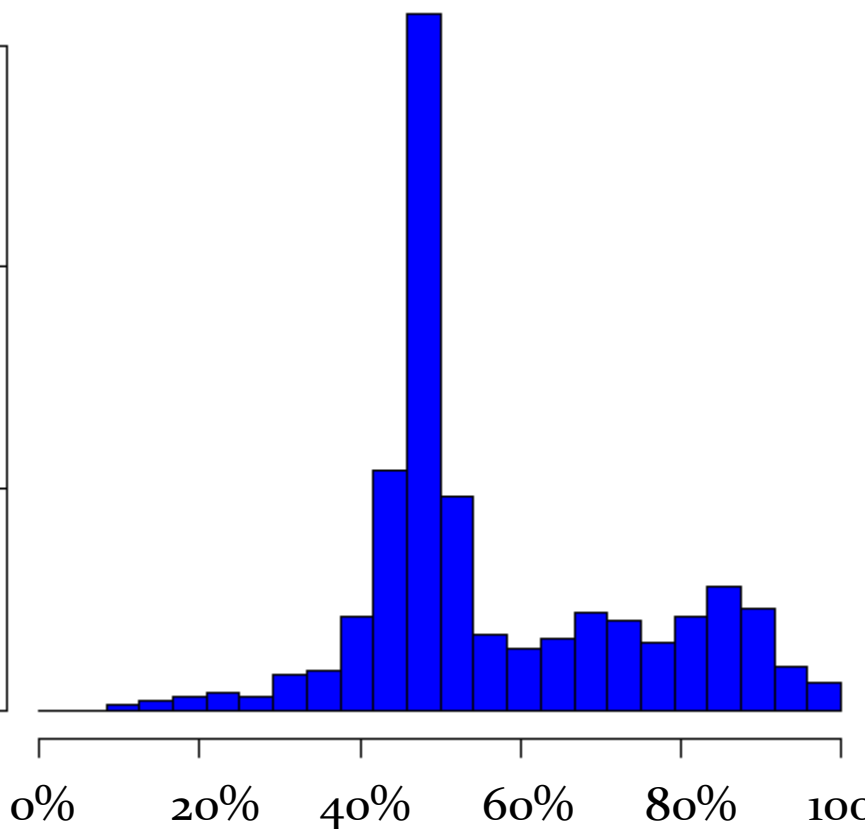
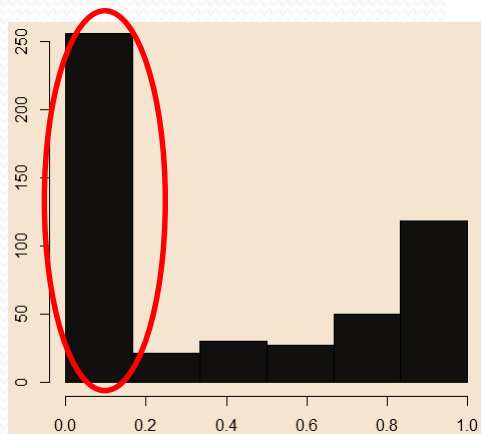
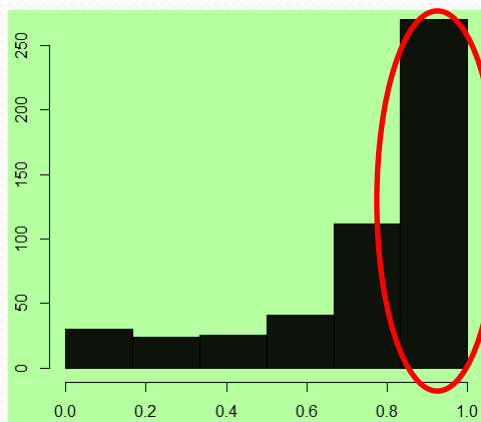


# Histograma de % de logro



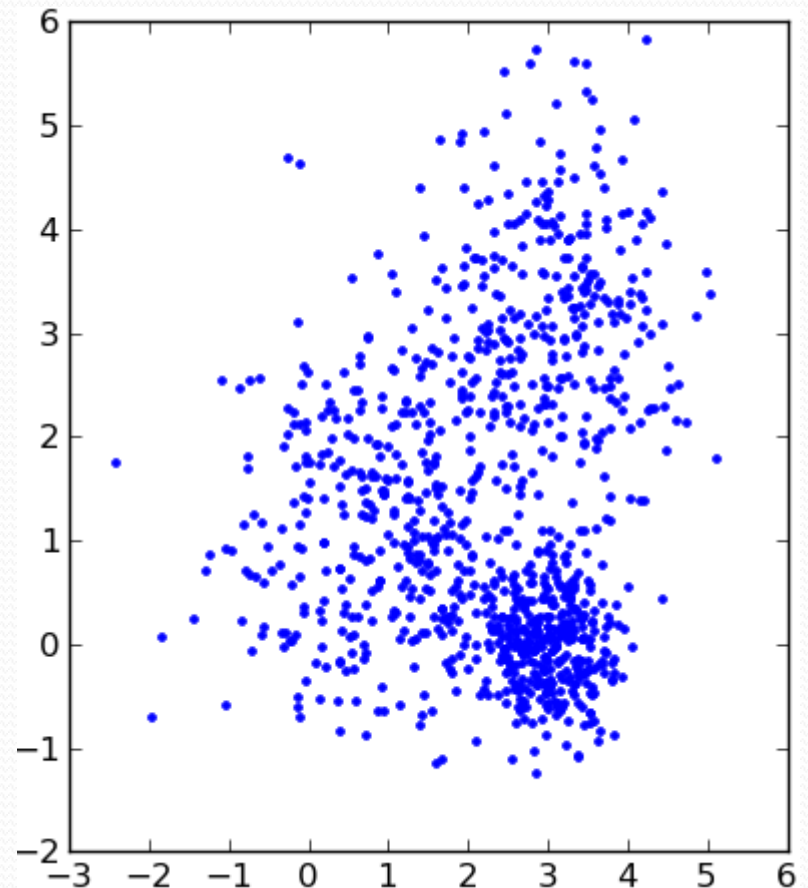


# Histograma de % de logro



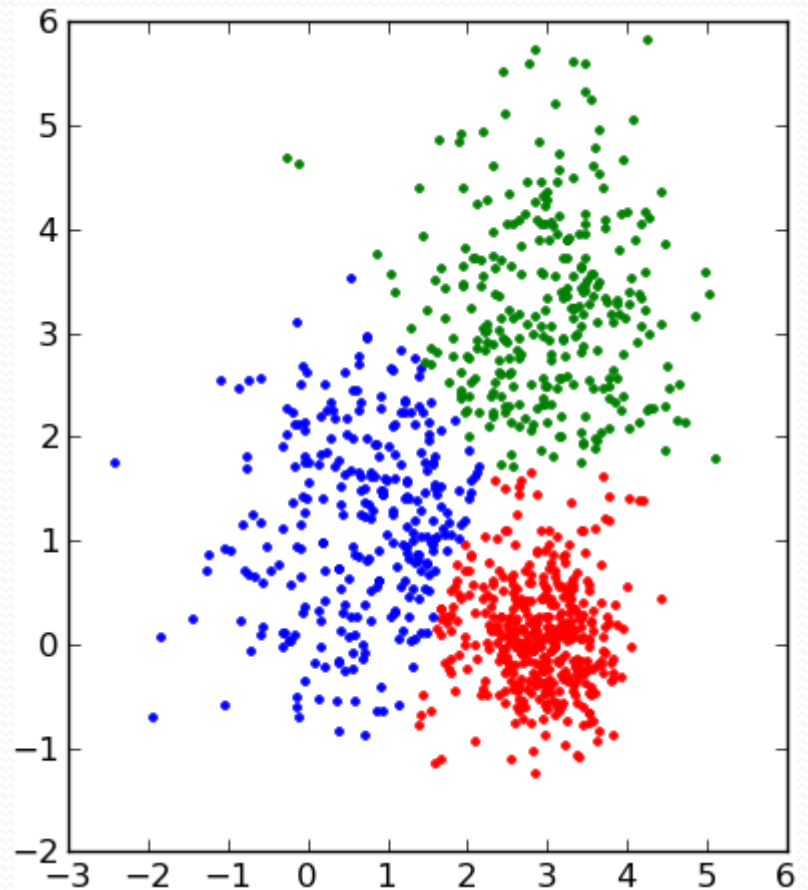
# Análisis de clusters

- ¿Cómo se agrupan estos datos?



# Análisis de clusters

- ¿Cómo se agrupan estos datos?



# Análisis de clusters

Grupo	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
Muestra total N = 490	82 %	41 %	73 %	40 %
Cluster 1 n = 245	93 %	4 %	97 %	2 %
Cluster 2 n = 84	94 %	94 %	74 %	93 %
Cluster 3 n = 48	84 %	67 %	57 %	55 %
Cluster 4 n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %
Cluster 5 n = 38	20 %	85 %	15 %	90 %
Cluster 6 n = 32	38 %	25 %	48 %	29 %

# Análisis de clusters

Grupo	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
Muestra total N = 490	82 %	41 %	73 %	40 %
Niños sesgados n = 245	93 %	4 %	97 %	2 %
Cluster 2 n = 84	94 %	94 %	74 %	93 %
Cluster 3 n = 48	84 %	67 %	57 %	55 %
Cluster 4 n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %
Cluster 5 n = 38	20 %	85 %	15 %	90 %
Cluster 6 n = 32	38 %	25 %	48 %	29 %

# Análisis de clusters

Grupo	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
Muestra total N = 490	82 %	41 %	73 %	40 %
Niños sesgados n = 245	93 %	4 %	97 %	2 %
Buenos alumnos n = 84	94 %	94 %	74 %	93 %
Cluster 3 n = 48	84 %	67 %	57 %	55 %
Cluster 4 n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %
Cluster 5 n = 38	20 %	85 %	15 %	90 %
Cluster 6 n = 32	38 %	25 %	48 %	29 %

# Análisis de clusters

Grupo	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
Muestra total N = 490	82 %	41 %	73 %	40 %
Niños sesgados n = 245	93 %	4 %	97 %	2 %
Buenos alumnos n = 84	94 %	94 %	74 %	93 %
Sólo CC n = 48	84 %	67 %	57 %	55 %
Cluster 4 n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %
Cluster 5 n = 38	20 %	85 %	15 %	90 %
Cluster 6 n = 32	38 %	25 %	48 %	29 %

# Análisis de clusters

Grupo	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
Muestra total N = 490	82 %	41 %	73 %	40 %
Niños sesgados n = 245	93 %	4 %	97 %	2 %
Buenos alumnos n = 84	94 %	94 %	74 %	93 %
Sólo CC n = 48	84 %	67 %	57 %	55 %
¿¿¿??? n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %
Cluster 5 n = 38	20 %	85 %	15 %	90 %
Cluster 6 n = 32	38 %	25 %	48 %	29 %



# Análisis de clusters

Grupo	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
Muestra total N = 490	82 %	41 %	73 %	40 %
Niños sesgados n = 245	93 %	4 %	97 %	2 %
Buenos alumnos n = 84	94 %	94 %	74 %	93 %
Sólo CC n = 48	84 %	67 %	57 %	55 %
¿¿¿??? n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %
Sesgo inverso n = 38	20 %	85 %	15 %	90 %
Cluster 6 n = 32	38 %	25 %	48 %	29 %

# Análisis de clusters

Grupo	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
Muestra total N = 490	82 %	41 %	73 %	40 %
Niños sesgados n = 245	93 %	4 %	97 %	2 %
Buenos alumnos n = 84	94 %	94 %	74 %	93 %
Sólo CC n = 48	84 %	67 %	57 %	55 %
¿¿¿??? n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %
Sesgo inverso n = 38	20 %	85 %	15 %	90 %
¿Inclasificables? n = 32	38 %	25 %	48 %	29 %

# Análisis de clusters

	$3/7 < 5/7$	$2/4 > 2/9$	$4/5 > 1/3$	$4/7 < 2/3$
¿¿¿??? n = 43	89 %	94 %	18 %	96 %

- Posibles patrones de razonamiento subyacentes
  - "La fracción más grande es aquella con el denominador más chico"
  - "Razonamiento vía gap"
    - $2/4 \rightarrow$  "le faltan 2 partes para completar el entero"
    - $2/9 \rightarrow$  "le faltan 7 partes para completar el entero"

# Implicancias

- Para la acción pedagógica
  - Comprender los posibles patrones de razonamiento detrás de una respuesta errada
  - Enriquecer el conocimiento pedagógico del contenido
  - Seleccionar ejemplos que iluminen por qué una estrategia no es adecuada
  - Generar evaluaciones informativas sobre el aprendizaje
  - Y que **promuevan** el aprendizaje

# ¡Gracias!

`dgomez@ciae.uchile.cl`

Esta investigación fue apoyada por los fondos  
PIA/Basal FB0003 y PAI/Academia 79130029  
¡Y a partir de este año, por Fondecyt 1160188!



# ¡Gracias!

[dgomez@ciae.uchile.cl](mailto:dgomez@ciae.uchile.cl)

Esta investigación fue apoyada por los fondos PIA/Basal FB0003 y PAI/Academia 79130029  
¡Y a partir de este año, por Fondecyt 1160188!

Roberto Bobadilla  
Benjamín Bossi  
Abelino Jiménez  
Sergio Orellana  
Cristián Reyes  
Marisol Valenzuela

Y a todos los estudiantes,  
padres, profesores,  
directores, y trabajadores  
de las escuelas  
participantes

