ciae
Centro de Investigación Avanzada en Educación
Universidad de Chile

CONICYT
Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

FONDEF
Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico

Activando la resolución de Problemas en las Aulas: Matemática

Santiago de Chile, Mayo, 2017

Universidad de Chile

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Universidad de Concepción Chile

CONICYT
Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

¿Por qué?

- ¿Te gustan las berenjenas? No. ¿Las has probado? No.
- Yo no soy bueno tocando el saxofón. ¿Lo has intentado? No.
- Con la Matemática puede pasar lo mismo, y de hecho ocurre. Uno pudo haber pasado 12 años en la escuela básica y media, 6 horas por semana, y no haber conocido las matemáticas y nunca haber sido enfrentado a un desafío intelectual en la clase de matemática.

¿Por qué?

- Nuestros niños y niñas , nuestros jóvenes son talentosos. Es posible que no sean matemáticos. Pero tienen el derecho a conocer las matemáticas.

- Desarrollar los talentos de nuestros niños y niñas, no solo nos hará un país más desarrollado, sino que también un país más feliz.

- Nuestros niños y niñas se merecen poder participar de actividades genuinas de matemática, de música, de escritura, de ciencias, etc.

CMM
Center for Mathematical Modeling

¿Qué es lo importante en Matemática?

ciae
Centro de Investigación Avanzada en Educación
Universidad de Chile

La Matemática es Vieja

- La Matemática se ha desarrollado por que hombres y mujeres se han enfrentado a problemas, se han propuesto problemas y los han tratado de resolver. Además han argumentado por qué las soluciones propuestas efectivamente son satisfactorias.
- Para ello se comunican, conversan, discuten, se mandan cartas o correos electrónicos,; realizan representaciones, metáforas, analogías, monitos; y luego se comunican sus resultados.

interuallum numerorum 2. minor autem 1 N. atque ideo maior 1 N. + 2. Oportet itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & adhuc superaddere 10. Ter igitur 2. adscitis vnitatibus 10. æquatur 4 N. + 4. & fit 1 N. 3. Erit ergo minor 3. maior 5. & satisfaciunt quæstioni.

ς ἑνός. ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς ἑνὸς μο β. δεήσει ἄρα ἀριθμοὺς δ μονάδας δ τριπλασίονας εἶναι μο β. καὶ ἔτι ὑπερέχειν μο ι. τρὶς ἄρα μονάδες β μετὰ μο ι ἴσαι εἰσὶν ς δ μονάσι δ. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς μο γ. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων μο γ. ὁ δὲ μείζων μο ε. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

IN QVÆSTIONEM VII.

CONDITIONIS appositæ eadem ratio est quæ & appositæ præcedenti quæstioni, nil enim aliud requirit quàm vt quadratus interualli numerorum sit minor interuallo quadratorum, & Canones iidem hic etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 − 1 Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum à numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quod continet latus ipsius 16. esto à 2 N. − 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. − 16 N. hæc æquabuntur vnitatibus 16 − 1 Q. Communis adiiciatur vtrimque defectus, & à similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$. Erit igitur alter quadratorum $\frac{256}{25}$. alter vero $\frac{144}{25}$ & vtriusque summa est $\frac{400}{25}$ seu 16. & vterque quadratus est.

ΤΟΝ ἐπιταχθέντα τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ις διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. καὶ τετάχθω ὁ αος δυνάμεως μιᾶς. δεήσει ἄρα μονάδας ις λείψει δυνάμεως μιᾶς ἴσας εἶναι τετραγώνῳ. πλάσσω τὸν τετράγωνον ἀπὸ ς ὅσων δή ποτε λεῖψει τοσούτων μο ὅσων ἐστὶν ἡ τῶν ις μο πλευρά. ἔστω ς β λείψει μο δ. αὐτὸς ἄρα ὁ τετράγωνος ἔσται δυνάμεων δ μο ις λείψει ς ις. ταῦτα ἴσα μονάσιν ις λείψει δυνάμεως μιᾶς. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. δυνάμεις ἄρα ε ἴσαι ἀριθμοῖς ις. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ις πέμπτων. ἔσται ὁ μὲν σνς εἰκοστοπέμπτων. ὁ δὲ ρμδ εἰκοστοπέμπτων, καὶ οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσι υ εἰκοστόπεμπτα, ἤτοι μονάδας ις. καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

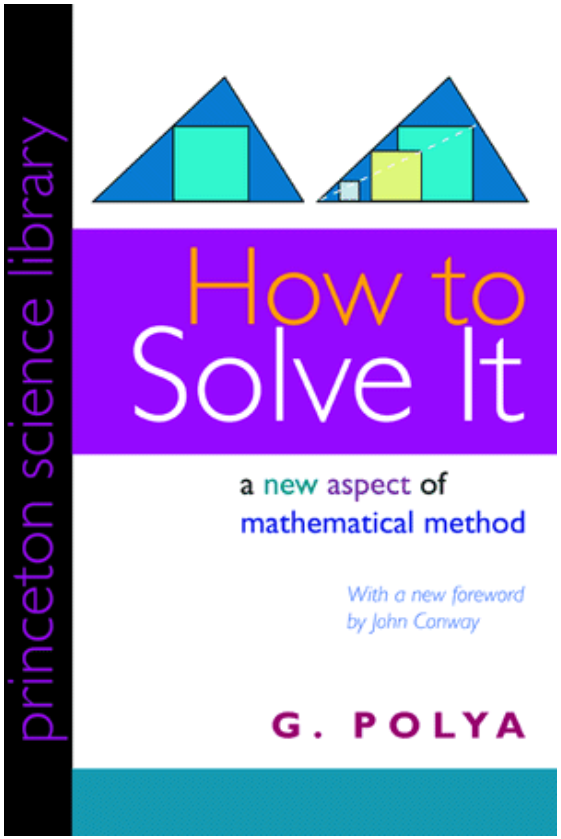
CVbum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16 diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. − 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. − 16 N. Cæterum volo vtrumque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. − 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$ erit

ΕΣΤΩ δὴ πάλιν τὸν ις τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. τετάχθω πάλιν ἡ τοῦ πρώτου πλευρὰ ς ἑνός, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ς ὅσων δήποτε λεῖψει μο ὅσων ἐστὶν ἡ τοῦ διαιρουμένου πλευρά. ἔστω δὴ ς β λείψει μο δ. ἔσονται οἱ τετράγωνοι ὃς μὲν δυνάμεως μιᾶς, ὃς δὲ δυνάμεων δ μο ις λείψει ς ις. βούλομαι τοὺς δύο λοιπὸν συντεθέντας ἴσους εἶναι μο ις. δυνάμεις ἄρα ε μο ις λείψει ς ις ἴσαι μο ις. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ις πέμπτων.

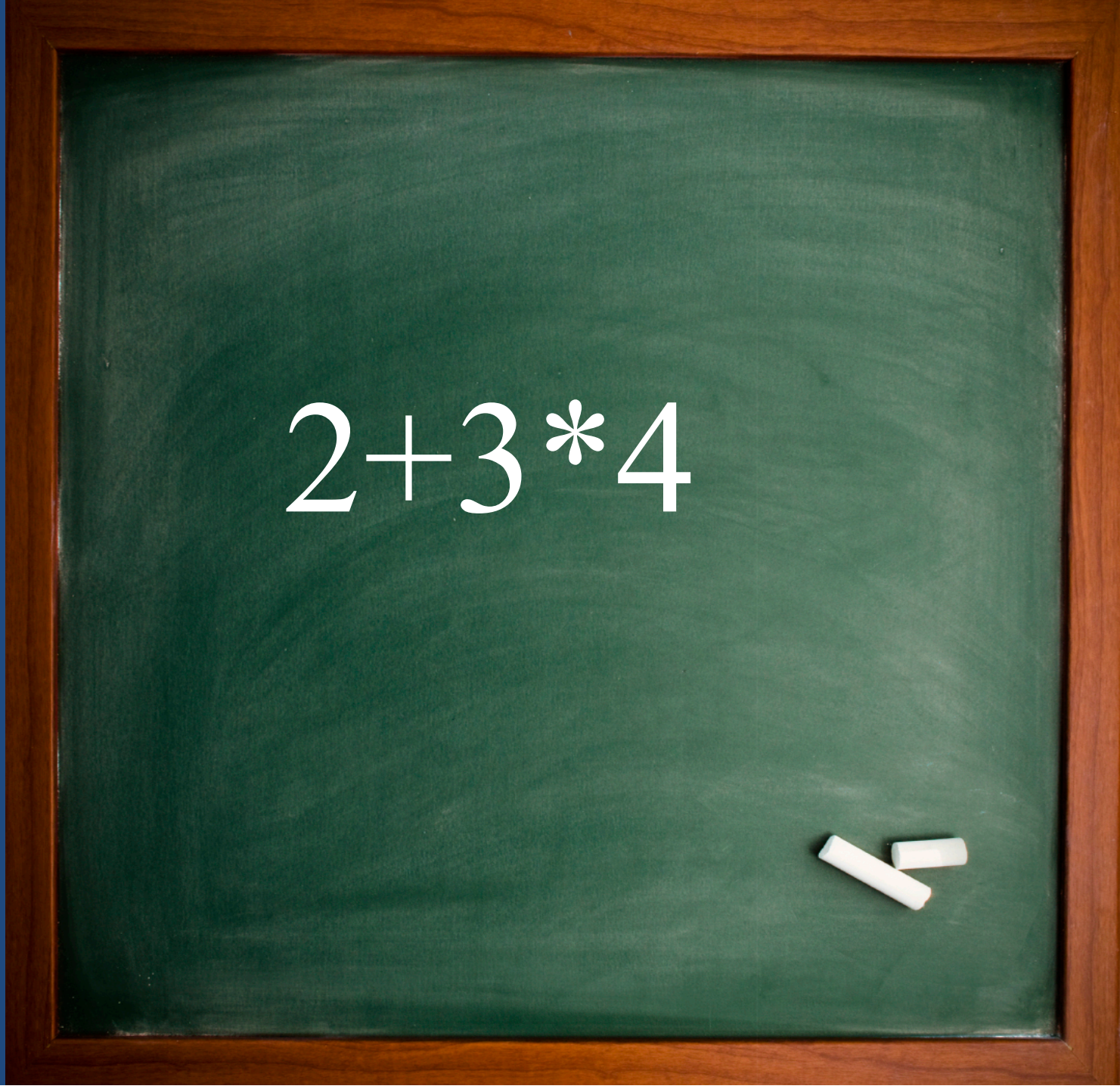
La Resolución de Problemas es Vieja en EM



Descripción←→Prescripción

CMM
Center for Mathematical Modeling

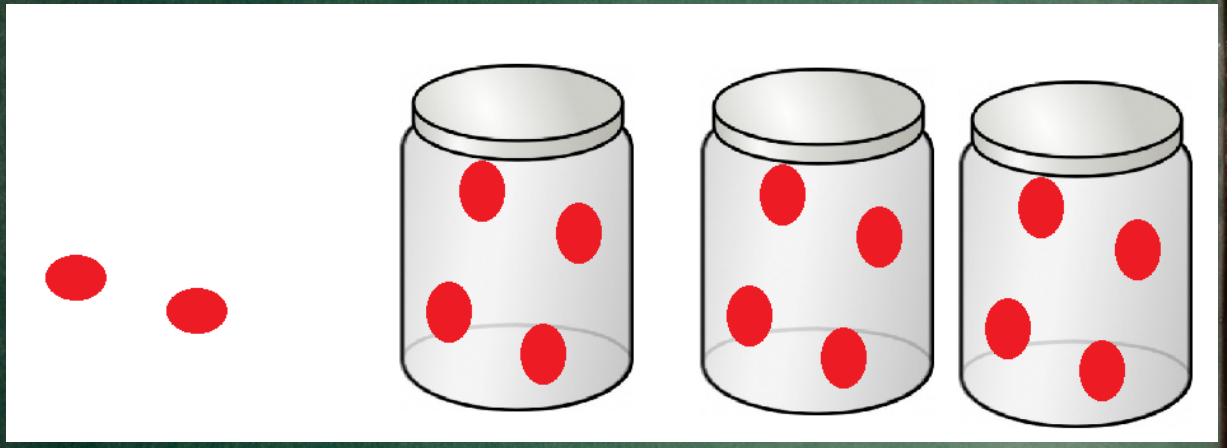
¿Qué es lo importante en Matemática?



ciae
Centro de Investigación Avanzada en Educación
Universidad de Chile

CMM
Center for Mathematical Modeling

¿Qué es lo importante en Matemática?

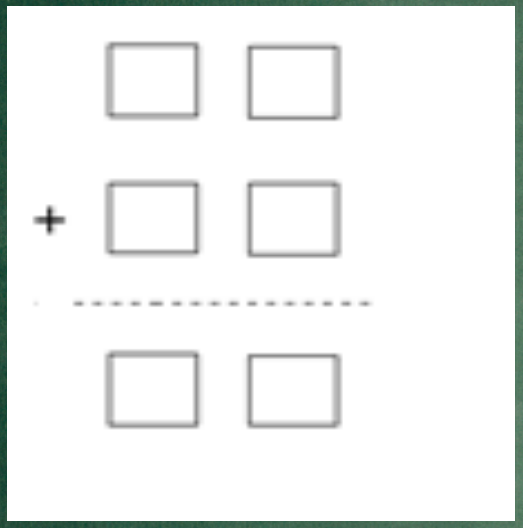


ciae
Centro de Investigación Avanzada en Educación
Universidad de Chile

CMM
Center for Mathematical Modeling

¿Qué es lo importante en Matemática?

1,3,4,5, 6,8



ciae
Centro de Investigación Avanzada en Educación
Universidad de Chile

Objetivos Generales de la Educación Básica.

En el ámbito del conocimiento y la cultura:

- Desarrollar la curiosidad, la iniciativa personal y la creatividad.

- Pensar en forma reflexiva, evaluando y utilizando información y conocimientos, de manera sistemática y metódica, para la formulación de proyectos y resolución de problemas.

Curriculum de Matemática

Ejes Temáticos

Números y operaciones

Algebra y patrones

Geometría

Medición

Datos y probabilidades

Habilidades

Representar

Comunicar y razonar

Resolver problemas

Modelar

Actitudes

Trabajo ordenado y metódico

Flexible y creativo en la búsqueda de soluciones a problemas

Curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas

Actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades

Actitud de esfuerzo y perseverancia

Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa

RP en el Curriculum

"…Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir…"

Hay suficiente Evidencia que no ocurre en nuestras Aulas

- **Pruebas estandarizadas nacionales e internacionales (SIMCE, PISA, TIMSS)**

- Literatura especializada:
  Araya, Dartnell (2009)
  Preiss, Larraín, Valenzuela (2011)
  Alfaro, Gormaz, (2009)
  Radovic, Preiss, D. (2010)
  Rodríguez, Carreño, Ochsenius, Muñoz, (2015)

ARPA: Activando la resolución de Problemas en las Aulas.

Iniciativa de Desarrollo Profesional Docente de la Universidad de Chile. (CMM-CIAE)

Talleres:

- RPAcción
- RPContenido
- RPAula

Desarrollo Curricular

Instalación en las comunidades

Panorámica del Taller RPAULA

Sesión 1 Abril	Sesión 2 Abril	Sesión 3 Mayo	Sesión 4 Junio	Sesión 5 Julio	Sesión 6 Agosto	Sesión 7 Septiembre	Sesión 8 Octubre	Sesión 9 Noviembre
3:15 horas	3:15 horas	3:15 horas	3:15 horas	3:15 horas	3:15 horas	3:15 horas	3:15 Horas	4:00 horas

Foco de las Sesiones

1. Resolución de problemas
2. Artefactos pedagógicos
3. Arpa
4. Activación
5. Consolidación
5. Discusión
7. Diseño de Problemas
8. Mejoramiento continuo de ARPA
9. Evaluación y Cierre

En cada sesión se inicia un Ciclo. Este ciclo parte con el análisis de un problema, su solución, simplicación y extensión, sigue con planificación de ARPA en todas sus etapas, se implementa e informa, luego se analiza, se discute y se comparte el resultado y se aprende para iniciar un nuevo ciclo.

Características de la Propuesta

- Aprendizaje entre pares
- Extendido en el tiempo
- Grupos homogeneos
- El estudiante como protagonista
- La Cebolla o el fractal
- Grupos al Azar
- Autonomía
- Cambio en el autoconcepto
- Disposición ante el trabajo en la Matemática.
- Actividades prácticas de Aula (ARPAS)

¿Por qué hacerlo así?

- Según Cox (2009), la oferta de formación continua ha sido desconectada del aula y del currículo.

- C.E Beca (2009) afirma que uno de esos desafíos de la FC es el tránsito de un perfeccionamiento ocasional a la formación permanente. También afirma el autor que la formación continua de los equipos docentes ofrece grandes oportunidades cuando se realiza dentro de la propia unidad educativa, pues ello favorece a su pertinencia y coherencia

¿Por qué hacerlo así?

- OCDE,2015 “El desarrollo profesional eficaz, incluye capacitación, la práctica y la retroalimentación, y proporciona el tiempo suficiente y apoyo para el seguimiento. Los programas exitosos involucran a los profesores en actividades de aprendizaje que son similares a los que van a utilizar con sus alumnos, y fomentan el desarrollo de comunidades de aprendizaje entre los docentes. Existe un creciente interés en el desarrollo de las escuelas como organizaciones de aprendizaje, y en las maneras en que los profesores compartan su conocimientos y experiencia de manera más sistemática”

¿Por qué hacerlo así?

- Borko (2004) señala que las experiencias que sitúan al docente en el rol del estudiante, involucrándolo en actividades como la resolución de problemas son particularmente efectivos.

- En relación con la coherencia y con las oportunidades de aprendizaje activo, varios autores encontraron que la pertenencia de los profesores participantes a un mismo colectivo, es un factor positivo. (Garet 2001, Borko 2004, Marrongelle, 2013)

aRPa

0:31:57

Nuestra Experiencia

- Más de 1500 profesores en talleres RPAcción.
- En verano de 2017, 400 profesores en talleres RPContenido.
- 22 talleres RPAULA en la Sexta Región,
- 17 Talleres RPAULA :SIP(2), Quillota (2), Cerrillos, Santiago Centro, Copiapó, PACE.UCH, Recoleta, Puente Alto, San Pedro de Atacama (2), La Ligua, Concepción (3), Temuco.
- Programa de adecuación curricular en SIP

La experiencia de Profesores y Profesionales PIE

- “Mis estudiantes me han sorprendido, a aquellos que no tienen buen rendimiento académico, les va bien en las ARPA”
- “Me atrevo a ponerle problemas desafiantes”
- “Dejé de ser tan “mamá”, ya no los llevo de la manito.”
- “Yo estoy contenta en el grupo al azar, y mis compañeras también están contentas”
- “Ahora la alumna PIE se atreve a levantar la mano y mostrar su trabajo”

Muchas Gracias

Centro de Investigación
Avanzada en Educación

Universidad de Chile

EXIT

Test de creencias a docentes pre y post taller

Evaluación del efecto de los talleres en docentes

Qué se evalúa ?

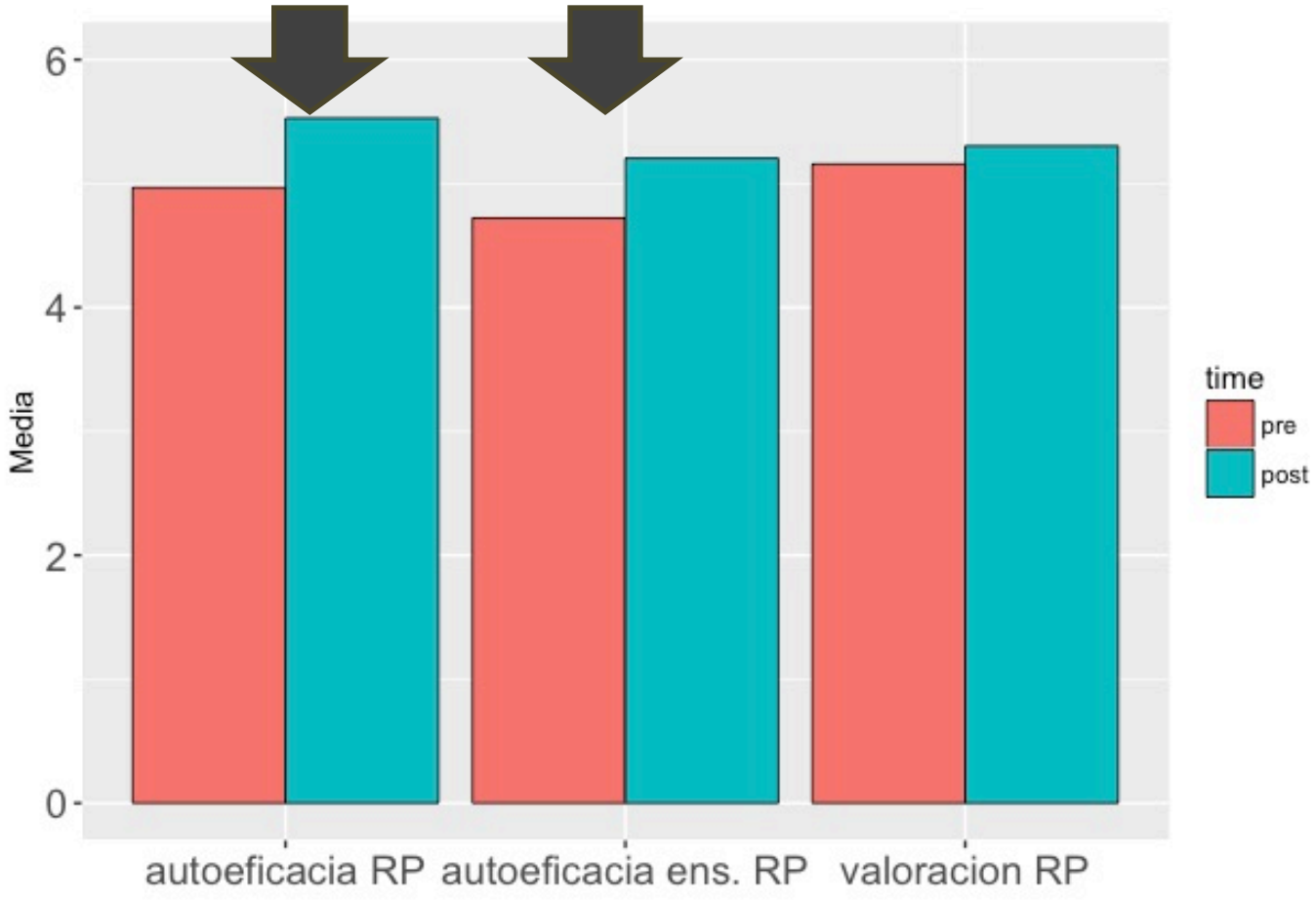
Creencias Motivacionales relacionadas con RP	• Autoeficacia en resolver problemas • Autoeficacia en implementar RP • Valoración de la resolución de problemas
Creencias sobre la matemática y su enseñanza	• Visión formalista de las matemáticas • Visión de las matemáticas como procesos de indagación • Aprendizaje dirigido por el profesor • Aprendizaje activo
Prácticas durante la RP	• Practicas de clases durante RP centradas en el estudiante • Prácticas de clases durante RP centradas en el profesor
Creencias sobre la habilidad matemática	• Visión de la habilidad matemática como algo fijo

Test de creencias a docentes pre y post taller

Evaluación del efecto de los talleres en docentes

Impacto de RPAula en creencias motivacionales

- Se autoevalúa como más eficaz en resolver problemas
- Se autoevalúa como más eficaz en enseñar a resolver problemas

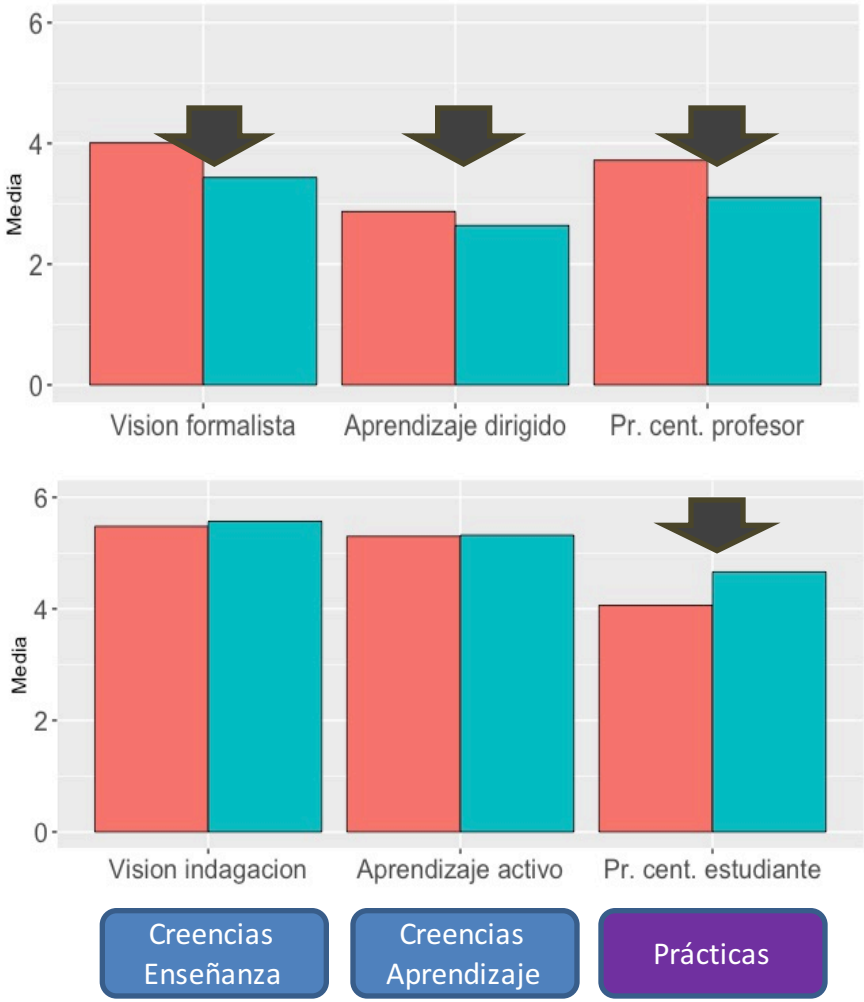


Test de creencias a docentes pre y post taller

Evaluación del efecto de los talleres en docentes

Impacto de RPAula en creencias

- Disminuyen creencias tradicionales
  - Creen menos en una visión formalista de la matemática
  - Creen menos en el aprendizaje dirigido
  - Creen menos en la práctica centrada en el docente
- Aumentan creencias reformistas
  - Creen más en la práctica centrada en el estudiante

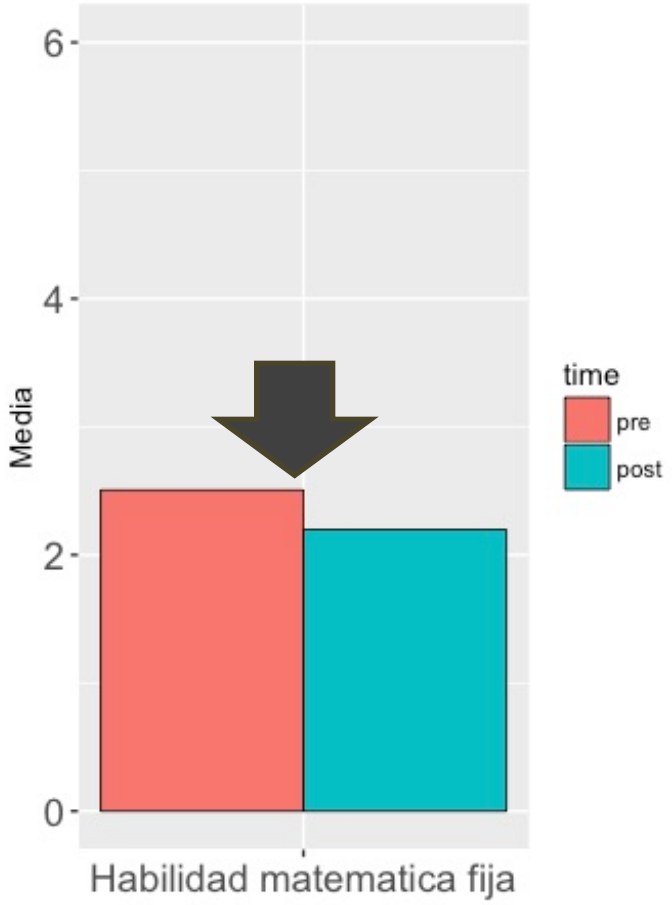


Test de creencias a docentes pre y post taller

Evaluación del efecto de los talleres en docentes

Impacto de RPAula en creencia sobre si la habilidad matemática es fija

- Disminuye la creencia sobre que las habilidades matemáticas son fijas



Entrevistas con directivos, Jefes de UTP
Región de O'Higgins

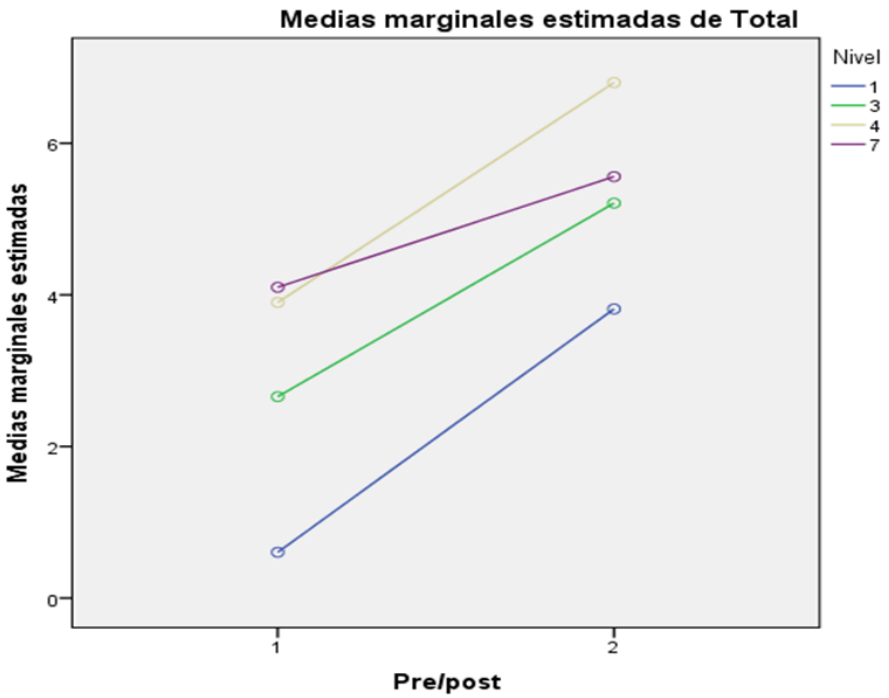
- Programa serio, confiable. Con respaldo de instituciones (U de Chile, U de O´Higgins)
- Propuesta innovadora
- Incorpora y empodera a docentes PIES
- Excelente herramienta de inclusión, permite trabajo en cursos integrados
- Taller presencial y con acompañamiento que da seguridad a los docentes
- Permite trabajar con pares y generar comunidades de aprendizaje fuera del espacio del taller
- Induce la reflexión, la autoevaluación
- Sesiones teórico-prácticas con incidencia directa en aula
- De fácil aplicación en aula, con cambio en prácticas rápidamente observables
- Metodología que facilita planificación y guía el trabajo en aula
- Herramientas transferibles a otras áreas
- Herramienta transversal a distintos niveles
- Es posible trabajar en escuela multigrado
- Estrategia que fortalece los aprendizajes y el trabajo con sentido
- El estudiante es el centro de la clase, trabajan en grupo y con autonomía

Evaluación Análisis de Video

Resultados comparativos generales

	Matemática	Demanda Cognitiva	Acceso	Agencia	Uso de Evaluación	Total
Pre	1,96	1,66	2,03	1,31	1,13	8,09
Post	1,74	1,39	2,12	1,29	1,16	7,69
ARPA	2,08	2,14	2,25	1,72	1,69	9,88

Pruebas de RP a estudiantes pre y post taller

Evaluación del efecto de los talleres en los estudiantes

- Se utilizó una rúbrica cuyos indicadores fueron
  - “Entender el problema”,
  - “Identificar estrategias”,
  - “Proponer soluciones”
  - “Evaluación o Control del propio trabajo”.
  - Cada categoría tenía tres niveles: el nivel 0 indica que el indicador no se observa y el nivel máximo, 2, significa que el indicador se observa claramente.
- En todos los niveles se observa avances significativos, en todos los indicadores.